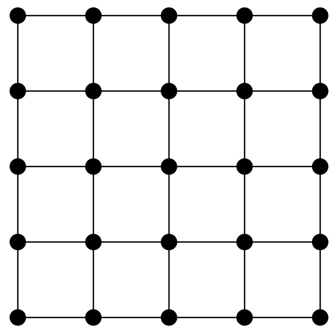
Математический бой 5–7 классов. Третий бой

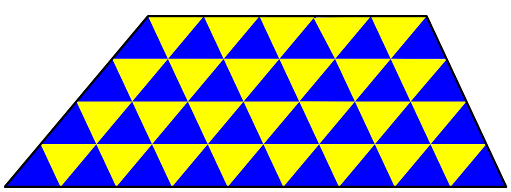
1. Узелки соединены бикфордовыми шнурами в сетку так, как показано на рисунке. За минуту огонь распространяется от каждого горящего узелка до всех узелков, непосредственно с ним соединённых. Какое наименьшее количество узелков нужно поджечь (одновременно), чтобы через две минуты горели все узелки сетки?



2. Коля задумал натуральное число n, выписал все его натуральные делители, кроме самого n, и сложил два наибольших из них. У него получилось 193. Найдите n. (Укажите все возможные варианты.)

3. Ваня обнаружил на своём калькуляторе, помимо четырёх арифметических действий, загадочную *синюю кнопку.* При нажатии на неё калькулятор заменяет написанное на экране целое число на некоторое целое число по неизвестному правилу (т. е. результат действия зависит только от исходного числа). Ваня выявил следующую закономерность: если на экране написано целое число n, то после двух нажатий на синюю кнопку появляется число $-3n$. Может ли эта закономерность выполняться для всех целых чисел n? Если да, то опишите правило, по которому в таком случае может действовать синяя кнопка. Если нет, докажите. (Калькулятор работает с любыми целыми числами.)

4. Незнайка сложил трапецию из 56 одинаковых треугольных плиток — 30 синих и 26 жёлтых (см. рисунок). Этого ему показалось мало, и он достроил её до большей трапеции с помощью таких же плиток. Подсчитав плитки, он вскоре забыл, сколько их: то ли 5324, то ли 5342. Зная это, найдите возможные количества синих и жёлтых плиток, если острые углы трапеции — синие (укажите все возможные варианты).



5. Даны сто палочек длиной $1, 2, \ldots, 100$ сантиметров. Вася и Петя играют в такую игру: они по очереди берут по палочке, пока не останется три палочки. Начинает Вася — у него на ход больше, зато Петя заранее определяет, кто выигрывает, если из оставшихся трёх палочек можно сложить треугольник («нулевой ход»). У кого из ребят есть выигрышная стратегия?

6. В вершинах правильного 11-угольника расставлены цифры 1, 2, 3 так, что в соседних вершинах стоят разные цифры (см. рисунок). Сколько всего существует таких расстановок? (Расстановки, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми, а получающиеся переворотом — разными.)